

Cours rhéologie – Exercices session 5

Réponses numériques en bleu

5.1. Vitesse maximale d'un écoulement

Un polyéthylène s'écoule à travers un tube d'une longueur de 3 m et de 0.05 m de diamètre à un débit constant de $9.4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$.

a) Quel est la vitesse maximale de cet écoulement ? (Indiquez toutes les hypothèses).
vitesse maximale de 0.96 m/s

b) Cette vitesse serait-elle plus grande ou plus petite dans le cas d'un fluide non-Newtonien de type loi de puissance, avec un exposant $n \neq 1$?

5.2. Fluides caractérisés par une loi de puissance

Voici trois exercices similaires concernant l'écoulement de fluides non-Newtoniens.

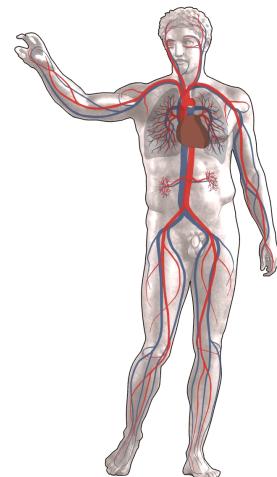
a) Un fluide de type loi de puissance s'écoule à travers un tube de diamètre $D = 0.04 \text{ m}$ avec une vitesse moyenne \bar{u} de 6.4 m/s. Les paramètres de la loi de puissance pour ce fluide sont $n = 0.29$ et $\kappa = 2.6 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$. Quelle sera la chute de pression si le tube a une longueur $L = 28 \text{ m}$?
 $|\Delta P| = 66'583 \text{ Pa}$

b) Un polymère fondu s'écoule à travers un tube de diamètre $D = 0.01 \text{ m}$ et de longueur $L = 0.5 \text{ m}$. Les paramètres de la loi de puissance pour ce polymère fondu sont $n = 0.71$ et $\kappa = 2100 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$. Si la chute de pression $|\Delta P|$ est de $87.7 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, quelles seront alors la vitesse moyenne \bar{u} et la vitesse maximale u_{\max} de l'écoulement ?
 $\bar{u} = 0.082 \text{ m/s}$ et $u_{\max} = 0.15 \text{ m/s}$

c) Un polymère fondu est extrudé à travers une filière circulaire avec une vitesse moyenne d'écoulement \bar{u} de 0.04 m/s. La chute de pression est limitée à 100 bar à travers la filière de longueur L de 0.1 m. Les paramètres de la loi de puissance pour ce polymère fondu sont $n = 0.53$ et $\kappa = 3 \cdot 10^4 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$. Quel est le rayon R de la filière ?
 $R = 4.45 \text{ mm}$

5.3. Pression artérielle

On considère le sang comme un fluide newtonien de masse volumique constante $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ et de viscosité cinématique $\nu = 5 \text{ mm}^2/\text{s}$. Une grosse artère est assimilable à une conduite circulaire de diamètre $D = 8 \text{ mm}$ et de longueur moyenne $L = 12.5 \text{ cm}$. Un adulte a environ $n = 40$ grosses artères. La pression à l'entrée de l'aorte est de 13 kPa. Le débit artériel total est de 5 l/min.



a) Quels sont le débit et la vitesse moyenne du sang dans une grosse artère ?

$$Q_{\text{artère}} = 2.08 \text{ cm}^3/\text{s} \text{ et } \bar{u} = 4.14 \text{ cm/s}$$

b) Quel est le nombre de Reynolds ? Le régime est-il laminaire ou turbulent ?

$$Re = 66$$

c) Calculez la forme du champ de vitesse en supposant un régime laminaire, et en négligeant la gravité.

d) Intégrez le profil de vitesse pour déterminer le débit.

e) Calculez la variation de pression caractéristique pour une grosse artère en supposant que le débit est constant (on néglige le caractère pulsé de la circulation sanguine). Qu'en déduisez-vous par rapport à la pression à l'entrée de l'aorte ?

$$\Delta P_{\text{artère}} = -13 \text{ Pa}$$

f) Refaites le calcul pour une veine de diamètre 1 mm et longueur 50 cm (avec une vitesse moyenne du sang de 1 cm/s), et pour un capillaire de diamètre 10 μm et longueur 1 cm (avec une vitesse moyenne de 0.2 mm/s). Les pressions à l'entrée des veines et des capillaires sont de 1 kPa et 2 kPa, respectivement. Quelle conclusion sur la rhéologie du sang en tirez-vous ?

$$\Delta P_{\text{veine}} = -801 \text{ Pa} ; \Delta P_{\text{capillaire}} = -3203 \text{ Pa}$$

5.4. Écoulement de Poiseuille-Couette superposé

On superpose des écoulements de Couette et de Poiseuille dans un canal rectangulaire de hauteur h , longueur L et profondeur W , comme illustré à la Figure 5.1. La plaque inférieure est fixe et la plaque supérieure est en déplacement avec une vitesse U négative parallèle à la plaque inférieure. Une pression constante est imposée à l'entrée du canal. L'écoulement est laminaire et le fluide est incompressible.

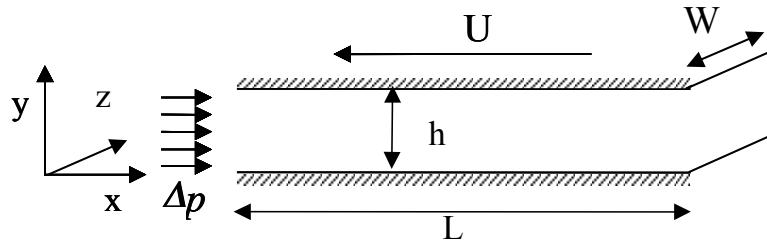


Figure 5.1. Schéma de la géométrie d'écoulement Poiseuille-Couette superposé.

a) Déterminez le profil de pression et le profil de vitesse $u_x(y)$. Esquissez le profil de vitesse obtenu.

b) Calculez la relation entre le débit Q , le gradient de pression ΔP et la vitesse U . Quelle est la condition pour que ce débit soit nul ? Quel est alors l'allure du profil de vitesse ?

La condition pour que le débit soit nul est $U = \Delta P \cdot h^2 / (6\eta L)$

5.5. Rhéomètre capillaire avec correction de Rabinowitsch

Un polyéthylène haute densité a été testé à une température de 220°C dans un rhéomètre capillaire comme illustré à la Figure 5.2. Les mesures donnent la vitesse de déplacement du piston et la force appliquée par le piston.

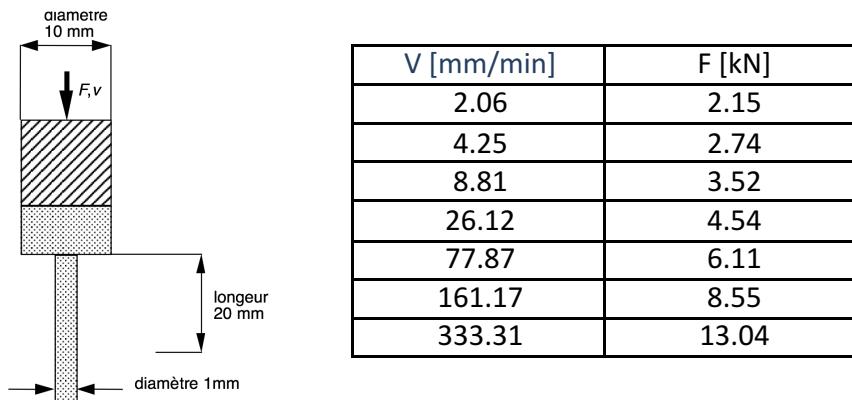


Figure 5.2. Schéma et dimensions du rhéomètre capillaire et valeurs de vitesse et de force du piston.

A partir de ces valeurs :

- Déterminez la viscosité apparente du polymère (fonction du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$).

$$\eta_A = 128'767 \dot{\gamma}^{-0.669} \text{ Pa.s}$$
- Effectuez la correction de Rabinowitsch pour la viscosité. Tracez et comparez la viscosité après cette correction. Quelles sont vos constatations ?
- Pour la viscosité corrigée, trouvez les valeurs des paramètres de la loi de puissance.

$$n = 0.331 \text{ et } \kappa = 112'463 \text{ Pa.s}^{0.331}$$
- Déterminez la consistance κ du même polymère à 240°C. Son comportement thermique satisfait la relation d'Arrhenius, avec une énergie d'activation de 40 kJ/mol.

$$\kappa(240^\circ\text{C}) = 77'030 \text{ Pa.s}^{0.331}$$